МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

ОБЪЕДИНЕННЫЙ УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ПРИКЛАДНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ ПРИ МОСКОВСКОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

ИНЖЕНЕР Д. И. ТКАЧ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА АППАРАТОМ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПОДВИЖНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПОСТРОЕНИЮ АРХИТЕКТУРНЫХ ПЕРСПЕКТИВ

(150-прикладная геометрия и инженерная графика)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва, 1970 г.

Работа выполнена в Днепропетровском инженерно-строительном институте.

Научный руководитель — профессор **Н. Л. Русскевич**

Официальные аппоненты:

доктор технических наук, профессор **С. А. Смирнов**
кандидат архитектуры, доцент **Ю. И. Короев**

Ведущее предприятие — Государственный проектный институт «Гипровуз».

Защита диссертации состоится « » . . . 1970 г. на заседании Объединенного Ученого Совета по прикладной геометрии и инженерной графике при Московском технологическом институте пищевой промышленности в аудитрии 358.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Совета или прислать заверенные печатью отзывы о работе в 2-х экземплярах по адресу:
г. Москва, А-80, Волоколамское шоссе, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученный секретарь Совета,
кандидат технических наук, доцент

О. А. КОЗЫРЕВА

Инженерная и творческая деятельность человека немыслима без изображений, в условной форме передающих зрительную информацию о количественных, качественных и эстетических характеристиках запечатленных процессов, объектов и явлений материального мира.

Среди множества различных видов изображений на плоскости наибольшей наглядностью обладает перспектива или центральная проекция.

Несмотря на многовековую историю развития перспективы научный и практический интерес к ее природе не ослабевает и в настоящее время. Об этом свидетельствуют исследования И. И. Котова, Д. Г. Барышева, А. Я. Зметного, Н. Л. Русскевича, Ю. И. Короева, М. Ф. Федорова, Н. С. Кузнецова, Е. С. Тимрот, А. Г. Климухина, А. П. Держака, Г. И. Устенко, М. Ф. Евстифеева, Ю. П. Нагорнова, В. С. Иванова и многих других.

Этот интерес диктуется практической необходимостью создания все более рациональных методик графического построения архитектурных перспектив проектируемых объектов.

Изучение специальной литературы показывает, что теория линейной перспективы на плоскости развивается по двум самостоятельным направлениям: перспектива на вертикальной картине и перспектива на наклонной картине. Этот факт нельзя признать нормальным, так как оба вида перспективы имеют единую проективную основу, которая является заведомой предпосылкой создания единой рациональной теории линейной перспективы на плоскости любого положения.

Первую попытку создания такой теории совершил проф. Н. Л. Русскевич, который предположил центр проекций носителем связки проецирующих плоскостей. Такое предположение позволило ему разработать единую методику построения архитектурных перспектив на наклонной и вертикальной картинах.

Все предыдущие попытки создания общей теории линей-

ной архитектурной перспективы не имели успеха по причине традиционного понимания структуры аппарата центрального проецирования.

Поэтому для успеха дальнейшего решения этой задачи нужно принимать такие конструкции проекционных аппаратов, которые в наиболее полной мере моделируют естественные процессы получения центральных проекций.

В реферируемой работе, которая является попыткой создания единой рациональной теории линейной перспективы на плоскости любого положения, в качестве аппарата отображения пространства на плоскость принят принципиально новый аппарат центрального подвижного проецирования, грубо моделирующий процесс зрительного восприятия и более точно — процесс киносъемки. Этот аппарат предусматривает подвижность центра-носителя связки прямых и плоскостей, проецирующих неподвижное пространство на неподвижную или подвижную картину.

Он является проекционным аппаратом киноперспективы— науки о деформациях перспективных изображений движущихся объектов, основанной проф. Н. А. Рыниным и развитой проф. Л. Н. Лихачевым.

Вопросам кинематического изображения топографических поверхностей и автодорожного полотна посвящена диссертация О. К. Кульминского, в которой автор определяет киноперспективу как «мультипликацию, каждый кадр которой является перспективным изображением...», а так же диссертация Е. П. Жуленева, предложившего конструкцию автоматического перспектографа, дающего кинематическую перспективу автодороги.

Современная практика архитектурного проектирования так же требует построения киноперспективных рядов изображений проектируемых объектов, соответствующих реальным траекториям движения зрителя, с целью наиболее объективного зрительного анализа этих объектов. Теоретическими и практическими вопросами автоматизированного построения таких рядов занимаются Ю. И. Короев и В. Н. Семенов.

Реферируемая работа посвящена теоретическому исследованию закономерностей деформаций перспективных изображений, порождаемых процессом центрального подвижного проецирования.

Подвижный центр занимает на траектории своего движения однопараметрическое множество положение и, следовательно, индуцирует на плоскости картины непрерывное множество проективных преобразований одних перспективных изображений в другие, которое, при определенных условиях, может удовлетворять всем аксиомам группы непрерывных геометрических преобразований. Это обстоятельство определило подход к исследованию природы центральных проекций с позиций теории множеств, исчислительной геометрии и теории групп непрерывных геометрических преобразований, порождаемых движениями,—наиболее общих разделов современной математики.

В реферируемой работе одиночная центральная проекция рассматривается как элемент их однопараметрического множества, внутри которого установлена совокупность преобразований относительно операции умножения.

Знаменитый немецкий математик Ф. Клейн, отводя геометрическому движению основополагающую роль, в знаменитой «Эрлангентской программе» устанавливается, что различные геометрии являются теориями инвариантов той или иной группы геометрических движений.

Подходя с этих позиций к содержанию киноперспективы, ее можно сформулировать как науку о графических инвариантах различных групп непрерывных преобразований перспективных изображений. Инварианты названы графическими потому, что элементами множеств, между которыми устанавливаются различные группы непрерывных геометрических преобразований, являются изображения.

С проективной точки зрения отдельное перспективное изображение может быть как результатом плоскостного проективного преобразования исходных ортогональных или параллельных проекций (В. Фидлер, Г. Гаук, О. А. Вольберг, Н. Ф. Четверухин, Н. А. Извольский, И. М. Яглом, И. И. Котов, К. И. Вальков, И. С. Джапаридзе, Н. Д. Бирючевский, С. А. Фролов, Б. М. Гринева и многие другие), так и результатом проекционного отображения некоторой фигуры, соответственной исходной фигуре в определенном пространственном преобразовании (Н. К. Грушинская, Ю. А. Харит,

К. И. Вальков, И. И. Котов, И. С. Джапаридзе, В. Н. Синебрюхов, Е. С. Томаревская и др).

Благодаря трудам таких ученых, как Е. С. Федоров, О. А. Вольберг, И. И. Котов, Н. Ф. Четверухин, Е. А. Мчедлишвили, И. С. Джапаридзе, К. И. Вальков, З. А. Скопец и др. современная начертательная геометрия определилась как наука о методах плоскостного моделирования пространства. Она рассматривает плоскость изображения как самостоятельное «расплющенное» пространство, в котором можно непосредственно производить такие же геометрические построения и преобразования его объектов, как и в отображаемом эвклидовом пространстве. При этом разумеется, что в плоскости должны быть созданы условия, предусматривающие определенную интерпретацию объектов «расплющенного» пространства и наличие определенной графической конструкции, инвариантной по отношению ко всем преобразованиям этого пространства в себя.

Неизменную графическую конструкцию, присоединенную к плоскости и создающую в ней все условия для независимого и непосредственного построения и преобразования обратимых (полных) изображений, проф. Н. Л. Русскевич назвал *определителем изображений*. Если к плоскости присоединяется определитель обратимых изображений, то она становится *плоскостной моделью пространства*, обладающей независимостью.

Большой научный прогресс представляет фундаментальное исследование проф. И. И. Котова «Комбинированные изображения», в котором автор, в развитие идей О. А. Вольберга о монопроекциях и Н.Ф. Четверухина о полных и неполных изображениях, глубоко раскрывает геометрическую природу центральных проекций и определяемых ими плоскостных моделей пространства.

Проф. И. С. Джапаридзе, на основе аксиоматического метода отображения разрешает вопросы построения различных моделей различных пространств, изучает их свойства и производит их широкую систематизацию и классификацию.

На основе исследований всех вышеперечисленных авторов, а так же из мыслей, определивших выбор темы, непосредственно вытекает общая задача реферируемой работы:

выявить, изучить и пространственно истолковать графические инварианты некоторых групп непрерывных преобразований центральных проекций (перспектив), индуцируемых центральным подвижным проецированием неподвижного прост-

ранства-оригинала на вертикальной и наклонной неподвижной и подвижной картинах с тем, чтобы, пользуясь ими как определителями изображений, производить резличные построения и преобразования перспектив в плоскости картины как в самостоятельном пространстве, и, на основе этого, предложить единую рациональную методику построения архитектурных перспектив на вертикальной и наклонной картинах, а так же, — рациональную методику построения различных киноперспективных рядов изображений как основы киноперспективного анализа архитектурного проекта.

Здесь под словами «пространственно истолковать» имеется ввиду отыскать в отображаемых пространствах такие аналоги плоскостных графических инвариантов, для которых последние являлись бы параллельными проекциями.

Б качестве объектов, изображения которых подлежат исследованию, в работе последовательно приняты: точка (точечное пространство), прямая (линейчатое пространство и его подпространства), плоская фигура (пространство точек и прямых) и пространственная фигура. Эти объекты в различных сочетаниях могут геометрически аппроксимировать любой архитектурный объект.

Работа состоит из вступления, трех глав, заключения и приложения, содержит 212 страниц машинописного текста, в том числе 60 иллюминованных чертежей и 9 таблиц. Перечень литературы насчитывает 142 наименования.

Первая глава посвящена выявлению и исследованию графических инвариантов непрерывных групп коллинеарных и родственных преобразований перспектив неподвижных объектов на неподвижных вертикальной и наклонной картинах, индуцируемых движением центра соответственно вдоль главного луча зрения и по направлениям, параллельным картине.

В начале главы сравнивается аппарат центрального подвижного проецирования с аппаратами осевого проецирования и проецирования лучами специального линейного комплекса и показывается, что первый аппарат является кинематическим аналогом третьего, а так же в реферативном плане дается понятие о группе непрерывных геометрических преобразований.

Далее выявляются графические инварианты групп непрерывных преобразований перспектив принятых объектов, конструктивные совокупности которых называются **определителями перспектив.**

В результате оказывается, что на плоскости любого положения:

1. все перспективы точки определяются прямолинейным носителем, инцидентным главной точке картины Р и ортогональной картинной проекции изображаемой точки;

2. все перспективы отрезка прямой любого положения определяются двумя прямолинейными носителями перспектив его концов и его картинным следом (собственным или несобственным);

3. все перспективы плоского многоугольника (плоской замкнутой ломаной линии) определяются совокупностью носителей перспектив его вершин и его картинным следом (собственным или несобственным);

4. все перспективы пространственного гранного объекта определяются совокупностью носителей перспектив его вершин и определенной конфигурации картинных следов его граней.

В результате исследования определяется, что выявленные графические инварианты являются неизменными конструктивными элементами группы плоскостных инволюционно-гомологических преобразований перспектив, и показывается, что процесс построения л ю б о й перспективы любого объекта на плоскости л ю б о г о положения является процессом ее в ы д е л е н и я из множества фигур, гомологичных друг другу и ортогональной проекции объекта на плоскость картины. Это обстоятельство дает основание утверждать, что определитель перспектив, полученный проекционным путем, придает плоскости картины свойства плоскостной модели пространства, обладающей независимостью. Об этом же свидетельствует полная проективная эквивалентность определителя и основной бинарной модели а-4, полученной проф. И. С. Джапаридзе аксиоматическим методом.

Дальнейшее исследование определителя перспектив показывает, что он является результатом «рационального» отображения в методе проекций и в методе следов группы пространственных коллинеарных соответствий, которая индуцируется подвижным центром между плоскостью отображения, совпадающей с плоскостью картины, и плоскими гранями отображаемого объекта. Этому способствует конструкция аппарата центрального подвижного проецирования, удовлетворяющая условиям «иррегулярности» отображения.

По свидетельству проф. И. С. Джапаридзе, ценность рациональных отображений «заключается в том, что операции

на чертеже доводятся до минимума». Это обстоятельство особенно важно в теории наглядных изображений, в частности, для отыскивания конструктивно рациональных схем построения архитектурных линейных перспектив.

Основным достоинством перспективного изображения является его высокая наглядность, обусловленная кажущейся пространственностью. Одной из причин этого является тот факт, что перспективу объекта-оригинала можно рассматривать как параллельную прямоугольную проекцию некоторой фигуры, соответственной объекту-оригиналу в пространственной инволюционной гомологии.

Если подвергнуть исходную фигуру Ф вместе с окружающим его пространством R одиночному гомологическому преобразованию, то она «расширится» в фигуру Ф′ пространства R′, составляющую вместе с элементами связи и фигурой Ф связную фигуру (Ф, Ф′) (по И. И. Котову). Но фигуру Ф′ можно принять за исходную и преобразовать ее вместе с пространством R′ в фигуру Ф″ пространства R″ и т. д. Этот процесс может быть непрерывным и составлять группу пространственных гомологических преобразований. С результате такого непрерывного преобразования фигура-оригинал расширяется в однопараметрическое множество фигур, которое в целом образует обобщенную связную фигуру «расширяющегося» пространства как совокупности пространств всех фигур, составляющих обобщенную.

Элементами связи этой обобщенной фигуры являются:

а) связки лучей, инцидентных соответственным вершинам соединяемых фигур, центр которой расположен внутри исходной фигуры, и

б) определенная конфигурация картинных следов граней исходной фигуры, исполняющая роль осей всей группы гомологий, так как в данном случае двойная плоскость гомологии совпадает с плоскостью картины.

Если ортогонально спроецировать обобщенную связную фигуру, то пространственная связка отобразится в пучок собственно-двойных прямых группы плоскостных гомологий с центром в главной точке картины, конфигурация следов отобразится в себя, а все множество перспектив явится ортогональной проекцией множества фигур, составляющих обобщенную связную фигуру.

Таким образом, «расширяющееся» пространство является областью существования пространственных аналогов перспек-

тив и их определителей, а картинная плоскость как носитель определителя перспектив, является плоскостной моделью не только пространства-оригинала, но и «расширяющегося» пространства.

По причине того, что обобщенная связная фигура ортогонально проецируется в множество связанных перспектив картины, последние удовлетворяют понятию обобщенных комплексных комбинированных изображений проф. И. И. Котова.

Эти же изображения удовлетворяют понятию обобщенных ПОС-проекций проф. Л. Н. Лихачева, так как лучами пучка P сопрягается одна ортогональная проекция объекта с однопараметрическим множеством его перспектив.

В конце главы расматриваются закомерности деформаций перспектив, вызываемых движением центра по горизонтальным, вертикальным и наклонным прямолинейным траекториям, параллельным плоскости картины. Устанавливается, что эти деформации составляют группы родственных преобразований перспектив ,графическими инвариантами которых являются следующие геометрические объекты:

а) пучок лучей, носителей всех перспектив соответствующих вершин, с несобственным центром в точке встречи траектории движения центра с плоскостью картины (направление родства) и

б) конфигурация картинных следов плоскостей граней объекта-оригинала — оси родства всей группы.

Определитель перспектив, составленный из этих инвариантов, придает картине свойства самостоятельного пространства, так как создает в ней все условия для родственных преобразований исходной перспективы. Исходная же перспектива, в свою очередь, строится путем ее выделения конкретным положением центра из множества перспектив, индуцирумых движением центра вдоль главного луча зрения.

Конструкция проецирующего аппарата в данном случае состоит из двух взаимосвязанных аппаратов: аппарата установления группы пространственных коллинеаций между плоскостями граней объекта и плоскостью картины, и аппарата отображения этой группы на плоскость, совпадающую с плоскостью картины.

Первый аппарат представляет собой линейный комплекс, устроенный таким образом, что соответственные лучи всех его связок компланарны и образуют пучок проецирующих кону-

сов 1-го порядка, имеющих общего носителя — траекторию движения центра.

Второй аппарат представляет собой связку проецирующих плоскостей с центром, удаленным в бесконечность вдоль главного луча зрения. Его конструкция удовлетворяет условию иррегулярности, но полной рациональности отображения нет, так как линия центров отображается регулярно. По этой причине группа пространственных коллинеаций отображается в группу параболических гомологий как частный вид плоских коллинеаций.

В практическом плане выявленные закономерности позволяют судить о геометрической природе деформации тени от неподвижного объекта на неподвижной плоскости при движении факельного источника света по любой прямолинейной траектории, параллельной этой плоскости. Они позволяют также выбрать из множества изображений пару, удовлетворяющую требованиям, предъявляемым к стереопаре.

Глава завершается общими выводами.

Вторая глава посвящена выявлению и исследованию графических инвариантов групп непрерывных преобразований перспектив на подвижной вертикальной и наклонной картинах системы S — K, центр которой перемещается прежде вдоль главного луча зрения, а затем — по траекториям, определяемым теми или иными наложенными условиями.

Система S — K представляет собой геометрическую модель киносъемочной камеры, имеющей объектив с постоянным фокусным расстоянием. Проецирование в этой системе является более общим вариантом центрального подвижного проецирования и его аппарат удовлетворяет условиям обобщенного. Так, центр, занимая в пространстве однопараметрическое множество положений, образует «обобщенный» центр — траекторию его движения как носитель проецирующего линейного комплекса. Картина, связанная с подвижным центром постоянным главным расстоянием, так же занимает в пространстве однопараметрическое множество положений, образуя некоторое пространство плоских перспективных изображений или п р о с т р а н с т в о - п р о е к ц и ю R′.

Это пространство всегда можно продеформировать («сплющить») в одну плоскость ω′, названную, по этой причине, о б о б щ е н н о й к а р т и н о й.

Исходя из этих положений, во второй главе прежде рассматривается проецирование пространства-оригинала на про-

странство-проекцию, а затем последнее деформируется в плоскость картины.

В качестве изображаемых объектов в этой главе последовательно приняты: точечное пространство, линейчатое пространство и его подпространства, и проективное пространство точек, прямых и плоскостей.

С результате исследования установлено, что при движении системы вдоль главного луча зрения точечное пространство-оригинал отображается в «рациональное гипербольное» пространство-проекцию, которое иррегулярно отображается в плоскость обобщенной картины. Здесь точкам пространства-оригинала соответствуют гиперболы пространства-проекции, плоскости кривизн которых инцидентны изображаемым точкам и образуют пучок с осью — траекторией движения центра. Эти гиперболы наглядно демонстрируют характер деформации перспектив точек в функции от расстояния этих точек до подвижной системы. Поэтому они названы в работе «гиперболами деформаций» перспектив точек.

Последовательные положения подвижной картины пересекают пучок плоскостей кривизн гипербол деформаций по конгруэнтным пучкам лучей с центрами в главных точках картин. Эти пучки движением вдоль главного луча можно совместить в один пучок Р обобщенной картины — носитель всех перспектив изображаемых точек, т. е., определитель перспектив. Отсюда следует, что обобщенная картина является плоскостной моделью точечного пространства. Факт, что этот пучок является пучком вырожденных гипербол, дает своеобразную пространственную трактовку его лучам — графическим инвариантам группы гиперболических инволюционных гомологий.

Изображаемое 4-параметрическое линейчатое пространство содержит несколько 3-параметрических подпространств: пространство прямых, параллельных подвижной картине, пространство горизонтальных прямых и пространство прямых общего положения.

Вертикальный отрезок (по отношению к вертикальной картине) является элементом первого подпространства. Центральное подвижное проецирование относит ему в пространстве-проекции кусок поверхности вертикального гиперболического цилиндра, ограниченный гиперболами деформаций перспектив его концов. Всему пространству-оригиналу будет

соответствовать пространство-проекция, заполненное соответствующим образом ориентированными гиперболическими цилиндрами. В результате деформирования этого пространства в плоскость гиперболы деформаций перспектив концов отрезка вырождаются в лучи пучка Р обобщенной картины, которые ограничивают соответствующие отсеки картины как области существования всех перспектив изображаемых отрезков. Это придает обобщенной картине свойства самостоятельного пространства.

Элементом второго подпространства является горизонтальный отрезок, не параллельный плоскости подвижной картины. Он пересекает ее последовательные положения в различных точках и поэтому картинный след отрезка теряет инвариантность по отношению к группе преобразований его перспектив. В силу постоянства главного расстояния системы графическую инвариантность приобретает точка схода перспектив.

В пространстве-проекции точки схода на всех положениях картины располагаются на одной прямой линии, параллельной траектории движения центра системы и определяющей вместе с ней плоскость горизонта. Если отрезок-оригинал не совпадает с плоскостью горизонта, то все его перспективы, пересекая две скрещивающиеся прямые, — линию точек схода и продолжение самого отрезка, — образуют в пространстве-проекции кусок поверхности гиперболического параболоида, ограниченного гиперболами деформаций перспектив концов отрезка. Всему пространству-оригиналу будет соответствовать пространство-проекция, заполненная гиперболическими параболоидами различной кривизны.

Деформирование такого пространства в плоскость вызывает вырождение граничных гипербол в лучи пучка Р, ограничивающие на обобщенной картине области существования всех перспектив отрезков, проходящих через неподвижные точки схода. Сочетание пучка Р и точек схода образует определитель всех перспектив изображаемых отрезков, придающий картине свойства самостоятельного пространства.

Так же обстоит дело с отображением пространства прямых общего положения. Каждой его прямой в пространстве-проекции соответствует поверхность гиперболического параболоида, образующие которой ортогонально проецируются в перспективы этой прямой. При этом точки схода этих перспектив не располагаются на линии горизонта.

Если в качестве изображаемого объекта принят плоский

многоугольник, то его следует представить как замкнутую ломаную линию, пересекающиеся звенья которой тем или иным образом ориентированы по отношению к подвижной картине.

Проецирование этой ломаной в подвижной системе индуцирует в пространстве-проекции комплексную поверхность, названную в работе гиперболической перспективной поверхностью, так как она является геометрическим местом всех перспектив изображаемого многоугольника. Эта поверхность составлена гиперболическими цилиндрами и гиперболическими параболоидами, соответственными сторонам многоугольника, которые пересекаются по гиперболам, соответственным его вершинам. Она ограничивает часть пространства-проекции как область существования его объектов, соответствующих точкам и прямым куска плоскости, ограниченного заданной ломаной.

При прямоугольном проецировании всей поверхности гиперболы вырождаются в лучи пучка P, попарно разбивающие плоскость обобщенной картины на отсеки — области существования перспектив соответственных сторон многоугольника. Графическим инвариантом, дополняющим пучок P до определителя перспектив, является в данном случае не картинный след многоугольника, а линия схода его перспектив (собственная или несобственная). Такой определитель придает картине свойства самостоятельного пространства.

Если изображению подлежит многогранник, то его сетке проецирование в подвижной системе относит совокупность комплексных гиперболических перспективных поверхностей, пересекающихся по поверхностям, соответствующим ребрам многогранника. Гиперболические перспективные поверхности этой совокупности, соответствующие ребрам многогранника, определяющим контур его видимости, ограничивают часть пространства-проекции как область существования его объектов, соответственных точкам ,отрезкам прямых и кускам плоскостей части пространства-оригинала, ограниченного боковой поверхностью изображаемого многогранника.

Деформирование такого пространства-проекции в плоскость вновь порождает пространство обобщенной картины как носитель определителя перспектив ,состоящего из пучка P и совокупностей линий схода всех перспектив плоскостей граней изображаемого многогранника.

Далее в работе показывается, что на структуру пространства-проекции, которое можно рассматривать как растяну-

тую в третье измерение обобщенную картину, положение подвижной картины по отношению к плоскостям проекций (вертикальное, наклонное), не оказывает принципиального влияния. Здесь существенно положение этой картины по отношению к элементам объекта-оригинала, подлежащим изображению.

Исследование характера проективных преобразований перспектив трехмерного объекта на подвижной картине показывает, что в данном случае имеет место такой вид непрерывного множества гомологий, в котором каждой конкретной гомологии соответствует своя ось, и, кроме того, есть ось, общая для всего множества, — треугольник схода всех перспектив изображаемых граней объекта.

Для определения пространственных аналогов перспектив и их определителей на подвижной картине, в пространстве-оригинале приняты два конгруэнтных параллелепипеда общего положения, расположенных по обе стороны от плоскости отображения. Первый параллелепипед подвергнут проецированию в подвижной системе, в результате чего появляется рациональное гиперболье пространство. Гиперболы этого пространства отображаются на плоскость в лучи пучка Р, а конгруэнтные треугольники схода каждого положения картины отображаются в один треугольник схода плоскости отображения. Но пучок Р является графическим инвариантом, общим для групп преобразований перспектив как на неподвижной, так и на подвижной картинах. Поэтому в обеих случаях он является еще и результатом параллельного отображения пространственной связки лучей, инцидентных вершинам объекта-оригинала. Согласно этому центр связки помещен в точку пересечения диагоналей второго параллелепипеда. Ее лучи, являясь прообразами собственно-двойных прямых группы плоскостных гомологий, должны связывать вершины фигур, соотвественных в группе пространственных гомологий, осями которой являются стороны треугольника схода перспектив основных направлений объекта, принадлежащего двойной плоскости гомологий, удаленной от центра принятой связки на главное расстояние подвижной системы.

Подвергнув второй параллелепипед группе гомологических преобразований, получим обобщенную связную фигуру расширяющегося пространства, ортогональная проекция которой на плоскость отображения будет конгруэнтна изображению,

полученному ранее ортогональным проецированием рационального гиперболього пространства.

В результате получается, что плоскость отображения или обобщенная картина является плоскостной моделью нескольких пространств: пространства-оригинала, рационального гиперболього пространства и расширяющегося пространства, которое, в свою очередь, является «картинным» пространством для некоторых объектов четырехмерного пространства. Последнее обстоятельство подтверджается тем, что пространственными аналогами перспектив параллелепипеда на подвижной картине являются геометрические конфигурации Рейе (12_6), которые, по свидетельству Д. Гильберта и С. Кон-Фоссена, являются «изображениями» или «проекциями» четырехмерных объектов типа 24-ячейки.

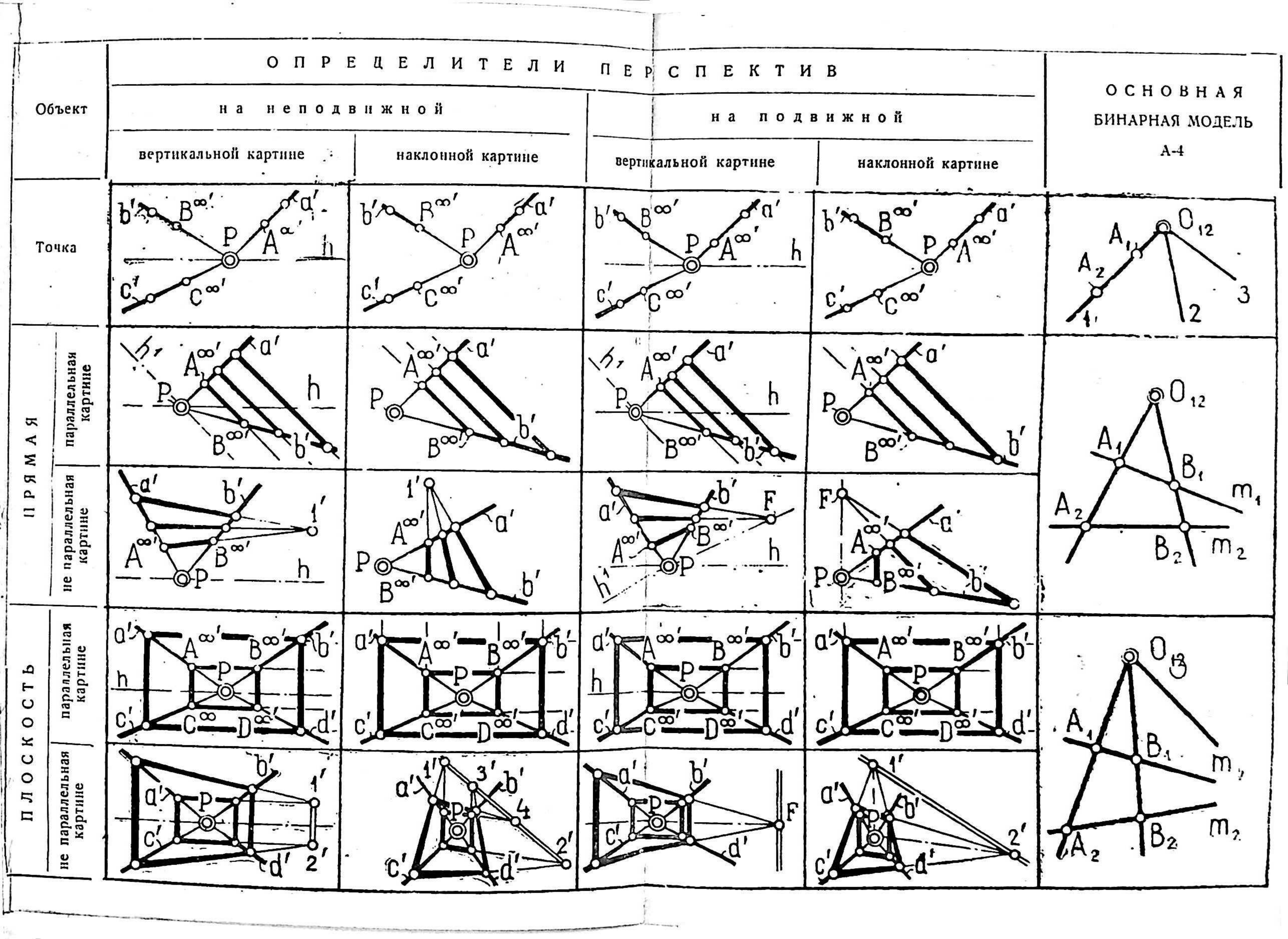
Таким образом, элементы определителя перспектив на обобщенной картине имеют в каждом из отображаемых пространств свои прообразы, не конгруэнтные друг другу, но расположенные иррегулярно по отношению к обобщенной картине. И действительно, точке пространства-оригинала соответствует гипербола пространства-проекции и прямая расширяющегося пространства. Благодаря иррегулярности расположения эти соответственные объекты оказываются компланарными и отображаются на плоскость обобщенной картины в соответствующие лучи пучка Р. Факт, что эти лучи являются проекциями гипербол, объясняет закон расположения точек-перспектив на них, а наличие на каждом луче пучка Р двух неподвижных точек указывает, что картинные гомологии являются гиперболическими.

Далее в работе производится сравнительный анализ определителей перспектив на неподвижной и подвижной картинах (см. таблицу). В результате анализа делаются следующие выводы:

1. Конструктивная структура того или иного определителя перспектив зависит от конструктивных особенностей аппарата центрального подвижного проецирования, от взаимного расположения объекта по отношению к картине и не зависит от положения самой картины по отношению к плоскости горизонта.

2. Определители перспектив на вертикальной и наклонной неподвижных картинах так же проективно эквивалентны между собой, как и соответственные определители перспектив на подвижной картине.

3. Так как подвижная система S — K занимает в процессе


Объект
ОПРЕЦЕЛИТЕЛИ ПЕРСПЕКТИВ
на неподвижной
на подвижной
вертикальной картине
наклонной картине
вертикальной картине
наклонной картине
ОСНОВНАЯ БИНАРНАЯ МОДЕЛЬ А-4
Точка
ПРЯМАЯ
параллельная картине
не параллельная картине
ПЛОСКОСТЬ
параллельная картине
не параллельная картине

движения множество неподвижных положений, то порождаемые ею определители перспектив можно рассматривать как результаты синтеза множеств определителей на неподвижных картинах.

После этого в работе рассматриваются закономерности деформаций перспектив параллелепипеда на картине системы S — K, центр которой перемещается по прямолинейной траектории, не совпадающей с направлением главного луча зрения. Картина при этом совершает поступально-вращательное движение, индуцируя некоторое пространство-проекцию.

В результате исследования установлено, что главная точка подвижной картины описывает в простанстве-проекции одну ветвь кривой 4-го порядка — конхоиды Никомеда, а перспективы различных точек объекта-оригинала — кривые, которые можно назвать деформированными конхоидами Никомеда. Полученное пространство в работе названо «конхоидным». Различным прямым объекта-оригинала в этом простанстве соответствуют конхоидальные цилиндры и линейчатые поверхности общего вида, которые, соответственно пересекаясь, образуют некоторую «перспективную поверхность». Любое сечение этой поверхности плоскостью, перпендикулярной к конкретному положению главного луча зрения, дает перспективу, соответствующую конкретному положению центра.

В результате исследования установлено, что конхоидное пространство равно, как и любое другое, индуцируемое произвольно движущейся картиной системы S — K, невозможно рационально спроецировать на плоскость и, тем самым, невозможно получить конструктивно удобный единый определитель того множества перопектив, которое соответствует заданной траектории движения системы.

Для того, чтобы рационально построить киноперспективный ряд изображений, соответствующих выбранной траектории движения системы, необходимо индуцируемое картиной нерациональное пространство представить как результат последовательного взаимодействия системы с множеством рациональных гиперболных пространств, существующих вдоль всех направлений главного луча зрения. Каждое конкретное положение системы на траектории ее движения будет выделять перспективы искомого ряда из их множеств, существующих вдоль соотвествующих направлений главного луча зрения.

Глава завершается общими выводами.

Третья глава носит прикладной характер. В ней, на основе теоретических результатов первой главы, предлагается единая рациональная методика построения архитектурных перспектив на наклонной и вертикальной картинах, а на основе теоретических результатов второй главы — рациональная методика построения киноперспективных рядов изображений как основы киноперспективного анализа архитектурного проекта.

В начале главы отмечается, что в практике современного архитектурного проектирования перспектива призвана играть две роли: быть рабочим аппаратом проектирования и быть иллюстрацией к готовому проекту.

С первой ролью хорошо справляется линейная перспектива на плоскости (перспектива фотоснимка), со второй, — перспектива, построенная с учетом особенностей зрительного восприятия (перспектива рисунка с натуры).

Для того, чтобы геометрическая схема построения архитектурной линейной перспективы была приемлема в качестве рабочего аппарата проектирования, необходимо, чтобы она удовлетворяла следующим современным требованиям:

1. быть принципиально одинаковой для построения перспективы как на вертикальной, так и на наклонной картине;

2. предусматривать прямую проекционную связь между ортогональными проекциями объекта и его перспективой для их взаимной корректировки;

3. быть рациональной, т. е., содержать минимально возможное количество простых графических операций, которые должны располагаться в пределах чертежа;

4. давать перспективу, увеличенную по сравнению с ортогональными проекциями.

На протяжении всей истории развития перспективы как науки разными авторами предложено большое количество геометрических схем построения архитектурных перспектив, в разной, но не в полной мере удовлетворяющих этим условиям. В работе произведен краткий обзор и анализ метода «архитекторов» Г. Убальди, А. Поццо и Ф. Брунелеско, метода «следа луча» А. Дюрера и его модификаций проф. А. А. Добряковым и автором реферируемой работы, схем, предложенных А. П. Державом и Е. С. Тимрот, метода «прямоугольных координат» Ж. Дезарга и методики, предложенной проф. Н. Л. Русскевичем. В результате анализа делается вывод, что среди опубликованных методов в наиболее полной мере

практически целесообразны методы построения архитектурных перспектив, предложенные проф. Н. Л. Русскевичем.

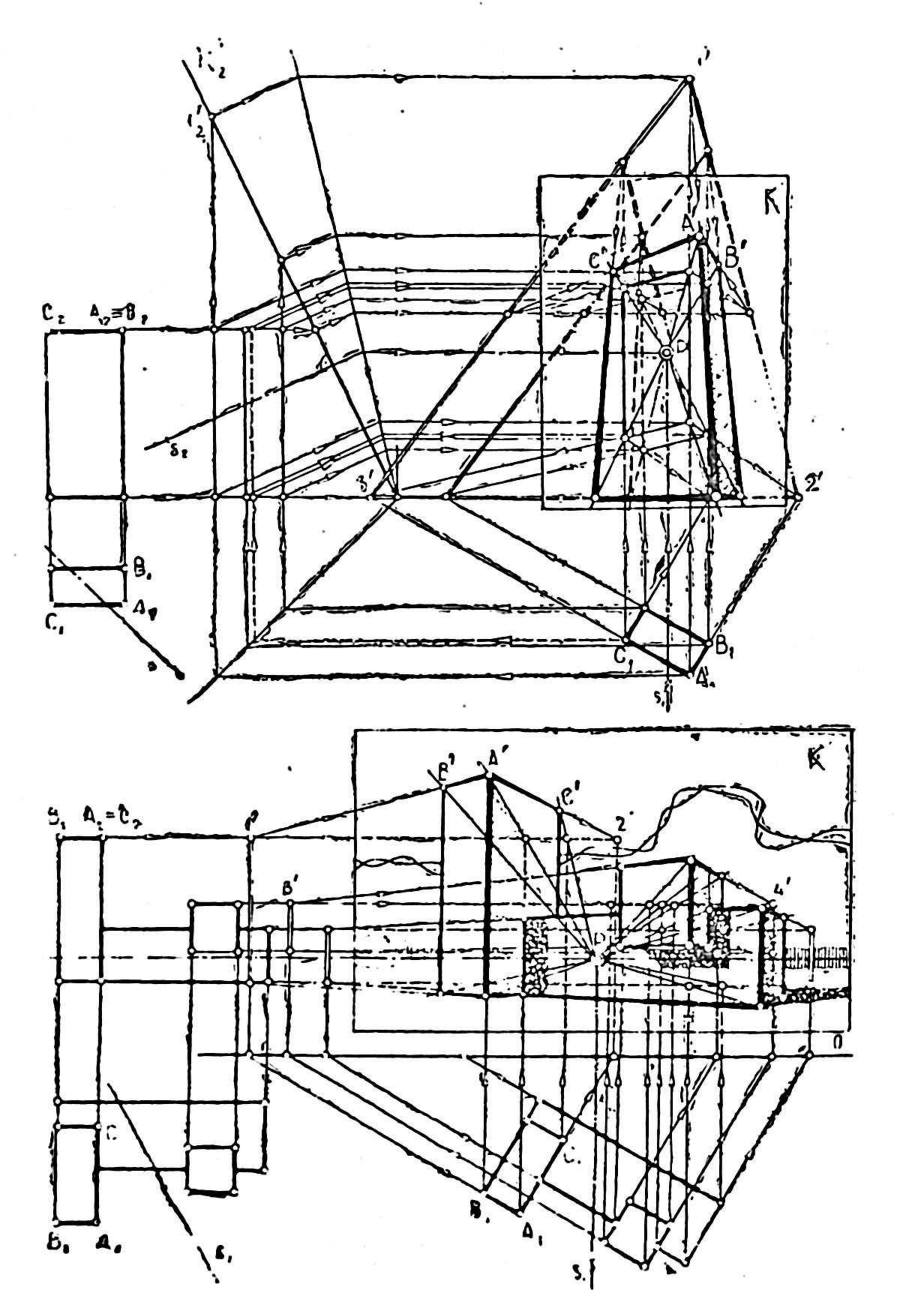
Результаты первой главы реферируемой работы позволяют предложить методику построения архитектурных перспектив на плоскости любого положения, отличную от перечисленных и удовлетворяющую всем современным требованиям. (черт. 1).

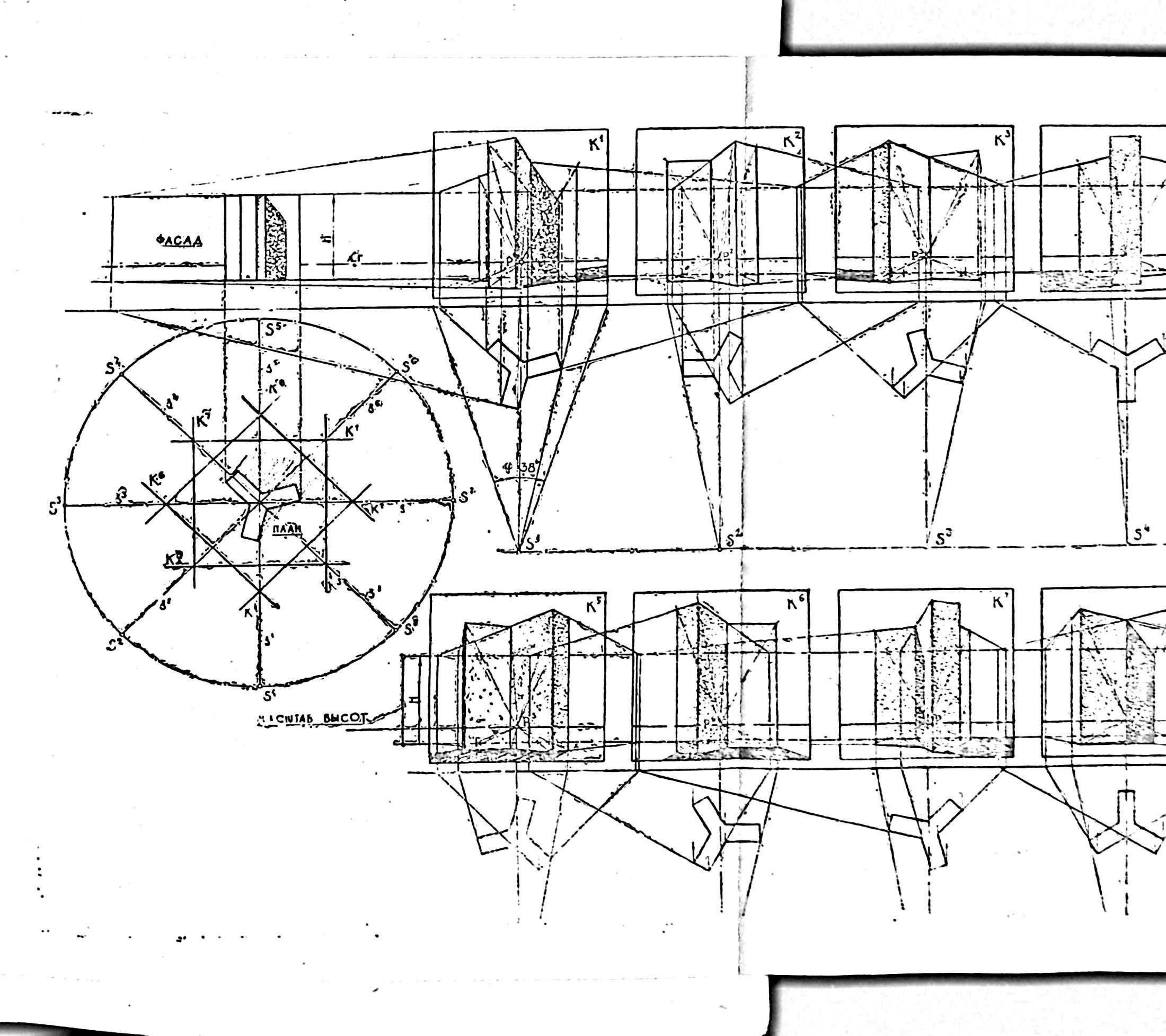
В ее основу положено использование графических инвариантов групп непрерывных гомологических преобразований перспектив объектов-оригиналов на неподвижной картине, индуцируемых движением центра вдоль главного луча зрения.

Задача построения любой перспективы заданного объекта-оригинала на картине любого положения сводится к построению в плоскости картины определителя его перспектив, состоящего из пучка P, лучи которого соответственно инцидентны картинным прямоугольным проекциям его точек, и конфигурации картинных следов плоскостей его граней. Эти построения элементарны. Непосредственное же построение перспективы — это процесс ее выделения из их множества или процесс построения фигуры, гомологичной картинной ортогональной проекции объекта-оригинала.

Но одна статическая перспектива дает неполное представление о видимых формах проектируемого объекта. Если этот объект монументален и несет на себе большую композиционно-эстетическую нагрузку, то в процессе проектирования необходимо построить множество перспектив, отвечающее множеству реальных положений зрителя. Выборочные перспективы из этого множества могут служить основой для перспективного анализа проекта. Если же каждую перспективу отснять на кинопленку, то просмотр полученного мультфильма будет ставить архитектора в условия, наиболее близкие к реальным условиям обозрения проектируемого объекта. Теоретические результаты второй главы позволяют предложить рациональную методику построения киноперспективных рядов, соответствующих траекториям системы S — K любого направления и конфигурации.

Если эта траектория совпадает с направлением главного луча зрения, то все множество изображений киноперспективного ряда заполняет рациональное гипербольное пространство и определяется единым определителем. Если же это не так, то все множество перспектив заполняет некоторое нерациональное пространство и каждую перспективу следует строить как элемент, выделенный конкретным положением системы из


K
C'
B'
2'
3'
B'
A'
C'
K
0



ФАСАД
ПЛАН
МАСШТАБ ВЫСОТ
φ 38°

рационального гиперболыного пространства, существующего вдоль соотвествующего направления главного луча зрения (см. черт. 2).

В заключении к работе отмечается, что принятая в ней формулировка науки киноперспективы подходит под общую формулировку самостоятельной геометрической системы, данную Ф. Клейном в его Эрлангентской программе. Поэтому киноперспективу можно считать геометрией линейной перспективы, системой предложений которой является система выводов двух первых глав реферируемой работы.

Нетрудно видеть, что развитая в работе теория линейной перспективы на плоскости любого положения вполне соответствует современному уровню развития теории изображений, так как опирается на наиболее общие математические теории множеств и групп и в качестве исходной имеет идею представления плоскости изображения как самостоятельного «расплющенного» пространства.

Общие выводы

1. Неподвижная и подвижная картины являются носителями множеств перспектив объекта-оригинала как результатов непрерывных взаимных проективных преобразований, составляющих группы.

2. Соотвественные элементы перспектив, составляющих эти множества, связаны между собой графическими инвариантами соответствующих групп непрерывных преобразований, образующими на картине неизменные графические конструкции, называемые определителями перспектив.

3. Определитель перспектив создает в плоскости картины все условия для независимого и непосредственного построения и преобразования перспективных изображений объекта-оригинала. Благодаря этому картина приобретает свойства самостоятельного пространства, т. е., становится независимой бинарной моделью отображаемых пространств.

4. Картина является результатом отображения нескольких пространств: пространства-оригинала, рационального гиперболыного и расширяющегося пространств. Первое отображается путем центрального подвижного, а остальные два — путем параллельного ортогонального проецирования. На основе этого картина названа обобщенной.

5. Пространственными аналогами перспектив на неподвижной и подвижной картинах являются фигуры, соответственные друг другу и объекту-оригиналу в группах пространственных инволюционных гомологий. Неизменные конструктивные элементы этих групп являются простанственными аналогами соответствующих определителей перспектив.

6. Центральное проецирование пространства-оригинала в подвижной системе S — K индуцирует перспективно-соответственное ему пространство-проекцию, в котором роль точек играют кривые линии, роль прямых — линейчатые поверхности и т. д.

7. Киноперспектива как наука о графических инвариантах групп непрерывных преобразований перспективных изображений является геометрией линейной перспективы, системой предложений которой можно считать систему выводов двух первых глав реферуемой работы.

8. Предлагаемая методика построения киноперспективных рядов изображений, представляющих собой дискретные множества одиночных архитектурных перспектив на вертикальной и наклонной картинах, является рациональной, так как полностью удовлетворяет современным требованиям практики архитектурного проектирования, и прогрессивной, потому что ее теоретическая основа вполне соответствует современному уровню развития теории изображений.

Основные положения диссертации были доложены на Третьей научной конференции молодых математиков Украины (апрель 1966 г.), на XXVII научной конференции ДИСИ (январь 1967 г.), на межвузовской республиканской конференции по строительству, строительным материалам и архитектуре, посвященной 50-летию Советской власти, в КИСИ, г. Киев (февраль 1967 г.), на юбилейной научно-методической конференции Казанского инженерно-строительного института по прикладной геометрии и графике (сентябрь 1967 г.), на заседаниях секции прикладной геометрии и графики при Днепропетровском Доме ученых (март 1967 г., апрель 1968 г., май 1969 г.), на Первой научной конференции молодых ученых ДИСИ (февраль 1970 г.), а также опубликованы в следующих работах автора:

1. **Ткач Д. И.** Дальнейшее развитие метода «ортогонального эпюра». XXVII научная конференция ДИСИ. Тезисы докладов, Днепропетровск, 1966.

2. **Ткач Д. И.** Перспектива на наклонную картину по методу главной точки и линий начала плоскостей. Межвузовская республиканская

конференция по строительству, строительным материалам и архитектуре. Тезисы докладов, изд-во «Будівельник», Киев, 1967.

3. **Ткач Д. И.** О реконструкции пространства по его плоскостным моделям. Научно-методическая конференция КИСИ по прикладной геометрии и графике. Краткие содержания и тезисы докладов. Казань, 1967.

4. **Ткач Д. И.** Некоторые вопросы киноперспективы и построение архитектурных перспектив. Известия высших учебных заведений, серия «Строительство и архитектура», № 2, Новосибирск, 1968.

5. **Ткач Д. И.** Центральное подвижное проецирование. Сборник «Прикладная геометрия и инженерная графика», выпуск VIII, изд-во «Будівельник», К., 1969.

6. **Ткач Д. И.** Построение архитектурных линейных перспектив методом определителя. Материалы Первой научной конференции молодых ученых «Технический прогресс в строительстве», Днепропетровск, 1970.

7. **Ткач Д. И.** Пространственные аналоги перспектив и их определителей на неподвижной и подвижной картинах любого положения», Материалы Первой научной конференции молодых ученых «Технический прогресс в строительство», Днепропетровск, 1970.

БТ 03267 г. Днепродзержинск. Кирова, 4, тип. им. Воровского.
Днепропетровского областного управления по печати, подписано
к печати 23-2-70 г., з. 2095, т. 300.
Формат бумаги 60x84 1/16 п. л. 1,5

ОПЕЧАТКИ

Страница, строка	Напечатано	Следует читать
ст. 2, строка 18	Ученный	Ученый
стр. 5, строка 2	положение	положений
стр. 5, строка 19	устанавливается	устанавливает
стр. 6, строка 26	прогресс	интерес
стр. 7, строка 3	резличные	различные
стр. 9, строка 20	С результате	В результате
стр. 10, строка 14	закомерности	закономерности
стр. 14, строка 37	породжает	порождает
стр. 19, строка 1	пстроения	построения
стр. 19, строка 5	плоскстн	плоскости
стр. 22, строка 16	реферуемой	реферируемой.